3) a) $M \in \Delta \Leftrightarrow MI^2 = MJ^2 = MK^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+(y-1)^2+(z-3)^2 = x^2+(y-3)^2+(z-1)^2 \\ x^2+(y-1)^2+(z-3)^2 = (x-3)^2+(y-3)^2+(z-2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y-z=0 \\ 3x+z=6 \end{cases}$. On pose $z=\alpha;\ \alpha \in \mathbf{R} \Rightarrow M(x,y,z) \in \Delta \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2-\frac{1}{3}\alpha \\ y = \alpha \\ z = \alpha \end{cases}$; $\alpha \in \mathbf{R}$ donc Δ est la droite passant par P(2,0,0) et dont un vecteur directeur est $\vec{u}\begin{pmatrix} -\frac{1}{3} \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

b) On a $P \in \Delta$ d'après a). $\begin{cases} y_Q - z_Q = 3-3=0 \\ 3x_Q + z_Q = 3+3=6 \end{cases}$ *donc* $Q \in \Delta$.

4) a) $(PQ) \perp (IJK)$ *donc* $\overrightarrow{PQ}\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$ est un vecteur normal à (IJK) d'où (IJK) :-x+3y+3z+d=0,

$I(0,1,3) \in (IJK)$ donc 3+9+d=0 d'où d=-12 d'où (IJK) :-x+3y+3z-12=0.

b) $\Omega \in \Delta \cap (IJK)$ *donc* $\begin{cases} 3x+z=6 \\ y=z \\ -x+3y+3z-12=0 \end{cases}$ *d'où* $\begin{cases} 3x+z=6 \\ y=z \\ -x+6y=12 \end{cases}$ et par suite $\begin{cases} x = \frac{24}{19} \\ y = \frac{42}{19} \\ z = \frac{42}{19} \end{cases}$ *donc* $\Omega\left(\frac{24}{19},\frac{42}{19},\frac{42}{19}\right)$.

5) Soit L=A*B, si G_1 est le centre de gravité de ABN donc $\overrightarrow{LG_1} = \frac{1}{3}\overrightarrow{LN}$ *d'où* $G_1 = h_{\left(L,\frac{1}{3}\right)}(N)$. Comme N décrit [EF] donc G_1 décrit [E'F'] où $E' = h_{\left(L,\frac{1}{3}\right)}(E)$ *et* $F' = h_{\left(L,\frac{1}{3}\right)}(F)$. si G_2 est le centre de gravité de ABMC donc $\overrightarrow{CG_2} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CG_1}$ *d'où* $G_2 = h_{\left(C,\frac{2}{3}\right)}(G_1)$. Comme G_1 décrit [E'F'] donc G_2 décrit $[E''F'']$ où $E'' = h_{\left(C,\frac{2}{3}\right)}(E')$ *et* $F'' = h_{\left(C,\frac{2}{3}\right)}(F')$.

<u>Exercice N°14</u> L'espace E est rapporté à un repère cartésien $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

Soit h l'homothétie de centre le point A(2,4,-4) et de rapport $\frac{1}{2}$.

1) Soit la sphère S de centre O et de rayon R=4. Ecrire un équation de la sphère S'=h(S).
2) Montrer que l'intersection de S et S'est un cercle (C) dont on précisera le centre et le rayon.

<u>Exercice N°14</u> 1) S est la sphère de centre O et de rayon R=4 et S'=h(S) donc S'est la sphère de centre O' =h(O) et de rayon $R' = \frac{1}{2}R = 2$. On pose O'(a',b',c'), on a $\overrightarrow{AO'} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AO}$ *donc* $\begin{cases} a'-2 = \frac{1}{2}(-2) \\ b'-4 = \frac{1}{2}(-4) \\ c'+4 = \frac{1}{2}(4) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a'=1 \\ b'=2 \\ c'=-2 \end{cases}$ on trouve O'(1,2,-2) et par suite S' : $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+2)^2 = 2^2 \Leftrightarrow S': x^2+y^2+z^2-2x-4y+4z+=0$.

Devoir.th
Toutes les matières, tous les niveaux...